

Effiziente Algorithmen I

7. Übungsblatt WS 08/09

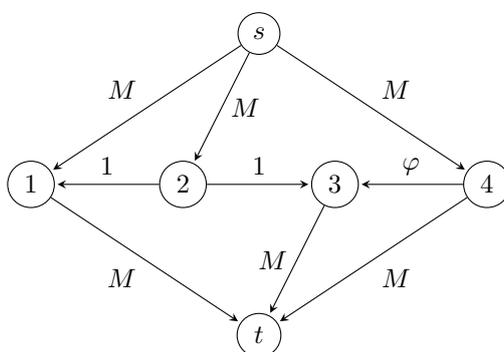
Abgabetermin: 3.12.2008

Aufgabe 25

Geben Sie eine Methode an, mit der man möglichst effizient die Konstruktion des neuen Superwaldes und das Berechnen der neuen Dualvariablen im Iterationsschritt des AKP-Algorithmus bewerkstelligen kann. Dabei sollten Sie sowohl ein geeignetes Speicherformat für Superwälder als auch ein schnelles Update-Verfahren angeben.

Aufgabe 26

Gegeben sei das folgende Netzwerk mit Kapazitäten:



Dabei sei M eine hinreichend große Zahl und $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

- a) Es seien die (s, t) -Wege $P_0 = (s, 2, 3, t)$, $P_1 = (s, 4, 3, 2, 1, t)$, $P_2 = (s, 2, 3, 4, t)$ und $P_3 = (s, 1, 2, 3, t)$ gegeben. Zeigen Sie: Im Ford-Fulkerson-Algorithmus ist es möglich, die Folge

$$P_0, P_1, P_2, P_1, P_3, P_1, P_2, P_1, P_3, \dots$$

als augmentierende Wege auszuwählen; insbesondere terminiert der Algorithmus bei dieser Wahl also nicht. Betrachten Sie hierzu die Entwicklung der Restkapazitäten der Kanten $(2, 1)$, $(2, 3)$ und $(4, 3)$ und benutzen Sie die Identität $1 - \varphi = \varphi^2$, um diese als Potenzen von φ zu schreiben, sofern möglich.

- b) Gegen welchen Wert konvergiert die Folge der Flusswerte? Welchen Wert hat ein maximaler (s, t) -Fluss?

Aufgabe 27

Wenn man in einem Netzwerk einen maximalen (s, t) -Fluss kennt, dann kann man in der Zeit $O(A)$ einen minimalen (s, t) -Schnitt berechnen. Sei nun umgekehrt ein minimaler (s, t) -Schnitt bekannt. Kann man diese Information ausnutzen, um schneller einen maximalen (s, t) -Fluss zu berechnen?

Aufgabe 28

Zeigen Sie: Der Wert eines maximalen Flusses in einem Netzwerk ist genau dann endlich, wenn es keinen Weg von der Quelle zur Senke mit unbeschränkter Kapazität gibt.

Daraus folgt, dass man in einem Netzwerk, das keinen Weg von der Quelle zur Senke mit unbeschränkter Kapazität enthält, die Kapazitäten eventueller vorhandener unbeschränkter Kanten durch einen endlichen Wert M ersetzen kann, ohne den Wert eines maximalen Flusses zu verändern. Geben Sie ein möglichst kleines M an, das dies erfüllt.