Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Dipl.-Math. Markus Speth
Institut für Informatik
Universität Heidelberg

Effiziente Algorithmen I

1. Übungsblatt WS 08/09
Abgabetermin: 22.10.2008

Aufgabe 1
Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Wenn in einem Graph ein Weg von u nach v existiert und die Tiefensuche mit $d[u] < d[v]$ endet, dann ist v ein Nachfolger von u im DFS-Wald.

b) Nach der Tiefensuche in einem gerichteten Graph kann es einen Baum im DFS-Wald geben, der aus nur einem Knoten v besteht, obwohl $\delta^+(v) \neq \emptyset$ und $\delta^-(v) \neq \emptyset$ in G gilt.

Aufgabe 2
Der *Abstand* zweier Knoten u und v in einem Graph $G = (V, E)$ ist die minimale Anzahl von Kanten auf einem Weg von u nach v (bzw. ∞, wenn kein solcher Weg existiert). Der *Durchmesser* von G ist der maximale Abstand zweier Knoten in G.

a) Geben Sie einen Algorithmus an, der den Durchmesser eines beliebigen Graphen G bestimmt.

b) Kann man den Algorithmus aus a) verbessern, wenn man weiß, dass G ein Baum ist?

Zeigen Sie die Korrektheit der Algorithmen und analysieren Sie ihre Laufzeit.

Aufgabe 3
Ein gerichteter Graph $D = (V, A)$ sei durch seine Adjazenzmatrix gegeben. Zeigen Sie, dass in der Zeit $\mathrm{O}(V)$ festgestellt werden kann, ob D eine Senke enthält oder nicht. Eine *Senke* ist ein Knoten mit Eingangsgrad $|V| - 1$ und Ausgangsgrad 0.

Aufgabe 4
Eine *Eulertour* in einem gerichteten Graphen $D = (V, A)$ ist eine geschlossene Kette, die jede Kante aus A genau einmal enthält. Bestimmen Sie einen $\mathrm{O}(V + A)$-Algorithmus, der eine Eulertour in D findet oder zeigt, dass keine solche existiert.