

Effiziente Algorithmen I

4. Übungsblatt WS 02/03

Abgabetermin: 26.11.2002

Aufgabe 10

Gegeben sei ein gerichteter Graph $D = (V, A)$ mit Kantengewichten $c : A \rightarrow \mathbb{N}$. Ein **vital arc** ist eine Kante, deren Entfernen bewirkt, dass sich die kürzeste Distanz zwischen zwei Knoten $u, v \in V$ vergrößert. Ein **most vital arc** ist eine Kante, deren Entfernen die kürzeste Distanz zwischen zwei Knoten $u, v \in V$ um den größtmöglichen Betrag erhöht.

Zeige oder widerlege:

- Ein most vital arc ist eine Kante, deren Gewicht gleich dem Maximum der Gewichte ist.
- Ein most vital arc ist eine Kante mit maximalem Gewicht auf einem kürzesten Weg zwischen zwei Knoten u und v .
- Eine Kante, die nicht Teil eines kürzesten Weges ist, kann kein most vital arc sein.
- Ein gerichteter Graph kann mehrere most vital arcs enthalten.

Aufgabe 11

Gegeben sei ein gerichteter Graph $D = (V, A)$ mit Kantengewichten $c : A \rightarrow \mathbb{R}$.

Entwerfen Sie einen Algorithmus mit Zeitkomplexität $O(VA)$, der feststellt, ob D einen Kreis der Länge 0 enthält.

Aufgabe 12

Gegeben sei eine Liste skalarer Werte a_1, a_2, \dots, a_n , die aufsteigend nach Größe sortiert sind, d.h. $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$, und $p \in \mathbb{N}$.

Gesucht ist eine Partitionierung dieser Werte in Cluster mit folgenden Eigenschaften:

- Jedes Cluster enthält mindestens p Werte.
- Jedes Cluster enthält nur aufeinanderfolgende Werte aus der Liste a_1, a_2, \dots, a_n .
- Die Summe der quadratischen Abweichungen der Werte von den Mittelwerten ihrer Cluster soll so klein wie möglich sein. Sei $\bar{a}(S)$ der Mittelwert von Cluster S . Dann ist die quadratische Abweichung eines Wertes a_i vom Mittelwert seines Cluster definiert durch $(a_i - \bar{a}(S))^2$.

Formulieren Sie dieses Problem als ein Kürzeste-Wege-Problem und veranschaulichen Sie Ihre Lösung mit den folgenden Daten: $p = 2$, $n = 6$, $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.8$, $a_3 = 1.1$, $a_4 = 1.5$, $a_5 = 1.6$, $a_6 = 2.0$.

Aufgabe 13

Beschreiben Sie ein Verfahren, das in einem gerichteten Graphen den zweitkürzesten Weg zwischen zwei Knoten findet. Falls es mehrere zweitkürzeste Wege zwischen zwei Knoten gibt, soll einer dieser ausgegeben werden.