

Effiziente Algorithmen I

10. Übungsblatt WS 02/03

Abgabetermin: 04.02.03

Aufgabe 29

Ein Reiseveranstalter besitzt ein Flugzeug, das maximal p Personen aufnehmen kann. Der Veranstalter bietet einen Flug mit Zwischenstops an, der in der Stadt 1 beginnt und dann die Städte $2, 3, \dots, n$ in einer festen Reihenfolge anfliegt. Das Flugzeug kann in jeder dieser Städte Passagiere aufnehmen und sie dann in jeder anderen Stadt wieder absetzen. Sei b_{ij} die Anzahl von Personen, die von Stadt i nach Stadt j fliegen möchten, und f_{ij} der Flugpreis, den eine Person zahlen muss, um von i nach j mitfliegen zu dürfen. Der Reiseveranstalter möchte bestimmen, wie viele Passagiere zwischen den verschiedenen Städten befördert werden müssen, damit seine Einnahmen maximal sind. Formulieren Sie dieses Problem als Netzwerkflussproblem.

Aufgabe 30

Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$. Durch Multiplikation der Zeilen und Spalten von A mit Skalierungsfaktoren $r \in \mathbf{R}^m$ und $c \in \mathbf{R}^n$ entsteht eine Matrix $A' \in \mathbf{R}^{m \times n}$ mit den Einträgen $a'_{ij} = r_i \cdot a_{ij} \cdot c_j$. Gesucht sind Skalierungsfaktoren, die Optimallösung des Problems

$$\max \sum_{i,j:(a_{ij} \neq 0)} \log |r_i \cdot a_{ij} \cdot c_j|$$
$$|r_i \cdot a_{ij} \cdot c_j| \leq 1$$

sind. Dadurch werden die Einträge der Matrix so ins Intervall $[-1, 1]$ abgebildet, dass die von 0 verschiedenen "möglichst nah" an -1 oder 1 liegen. Zeigen Sie, dass sich das Problem mit Hilfe eines Transportproblems lösen lässt. Formuliere es dazu als Lineares Programm und betrachte das dazu duale Problem.

Aufgabe 31

Welche der folgenden Probleme lassen sich mit Hilfe eines Min-Cost-Flow-Algorithmus lösen? Geben Sie ggf. eine geeignete Transformation an.

- (s, t) -Max-Flow
- globaler Min-Cut
- Kreise mit bestem Kosten/Zeit Verhältnis
- Kürzeste Wege für einen Startknoten
- bipartites Matching (Kardinalität, gewichtet)
- allgemeines Matching
- Minimal aufspannender Baum