Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Dipl.-Math. Marcus Oswald
Institut für Informatik
Universität Heidelberg

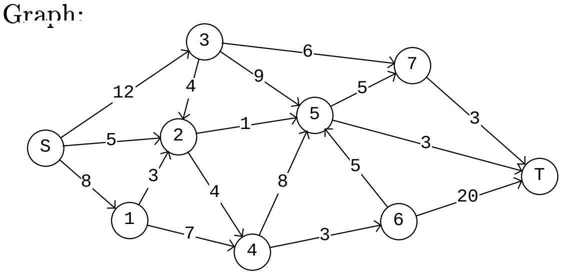
Effiziente Algorithmen I

LP-Präsenz. Übungsblatt WS 02/03

Abgabetermin: keine Abgabe, Besprechung in den Übungen

Aufgabe E

Gegeben ist der folgende gerichtete Graph:



Die Kanten stellen Leitungen mit vorgegebener Flussrichtung und die Knoten Verteiler dar. Die Leitungen sind mit ihrer Kapazität markiert. Formulieren Sie das Problem, möglichst viel von S nach T fließen zu lassen, als lineares Optimierungsproblem.

Beachten Sie, dass kein Verteiler Wasser speichern oder mehr weitergeben kann, als er erhält.

Aufgabe F

Eine Nahrungsmittelfirma stellt aus Nüssen, Haferflocken und Rosinen drei Sorten Müsli (A, B, C) her. Die Anteile in Einheiten(E) und der Gewinn sind in der folgenden Tabelle enthalten.

	A	B	C
Nüsse	2	3	1
Haferflocken	4	1	2
Rosinen	3	4	2
Gewinn	5	4	3

Die Firma kann maximal 5000E Nüsse, 11000E Haferflocken und 8000E Rosinen beschaffen.

a) Formulieren Sie das Problem, einen Produktionsplan mit maximalem Gewinn zu bestimmen, als lineares Programm.

b) Geben Sie möglichst gute untere und obere Schranken für den maximalen Gewinn an.

Aufgabe G

Gegeben sei ein allgemeines lineares Programm

$$\begin{array}{llllllll} \max & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 + c_3^T x_3 & & & & & & \\ \text{s.t.} & A_{11}x_1 & + & A_{12}x_2 & + & A_{13}x_3 & \leq & a_1 \\ & A_{21}x_1 & + & A_{22}x_2 & + & A_{23}x_3 & \geq & a_2 \\ & A_{31}x_1 & + & A_{32}x_2 & + & A_{33}x_3 & = & a_3 \\ & & & & & x_1 & \leq & 0 \\ & & & & & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Geben sie dazu das duale Programm an.

Aufgabe H

Eine Großstadt will 1999 ein größeres Bauprojekt beginnen. Dieses Bauprojekt wird über 5 Jahre laufen. Es soll über Anleihen finanziert werden, die sämtlich im Jahre 2004 zurückgezahlt werden. Die fälligen Zinsen sind im Rückzahlungskurs enthalten. Nicht benötigte Kapitalmittel können zu 7% jährlich angelegt werden. Vereinfachend kann davon ausggegangen werden, dass sämtliche finanziellen Transaktionen jeweils zum 1.1. eines Jahres erfolgen.

Jahr	Bedarf in Mio.	Rückzahlung in %
1999	10	150
2000	8	147
2001	6	131
2002	2	125
2003	4	119

Formulieren Sie das Problem, das Projekt unter diesen Vorgaben möglichst günstig zu finanzieren, als lineares Programm.

Aufgabe I

Ist der Vektor $x^T = (0, 0, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, 0, \frac{1}{2})$ Optimallösung des folgenden Problems?

$$\begin{array}{lccc}
\max & 4x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 - 5x_5 + 8x_6 & & \\
\text{s.t.} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 0 & -5 & 3 \\ 4 & 5 & -3 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & -5 \\ -2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} x & \leq & \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} \\
 & x & \geq & 0
\end{array}$$