

Effiziente Algorithmen I
Präsenz. Übungsblatt WS 02/03
Abgabetermin: keine Abgabe, Besprechung in den Übungen

Aufgabe A

Beweisen oder widerlegen Sie:

- a) In jedem ungerichteten einfachen Graph gibt es mindestens zwei Knoten mit gleichem Grad.
- b) In einem ungerichteten Graph existiert ein Pfad von u nach v und die Tiefensuche endete mit $d[u] < d[v]$. Dann folgt, dass v ein Nachfolger von u im DFS-Wald ist.
- c) Nach der Tiefensuche in einem gerichteten Graph kann es einen DFS-Baum geben, der aus nur einem Knoten v besteht, für den $\delta^+(v) \neq \emptyset$ und $\delta^-(v) \neq \emptyset$ gilt.

Aufgabe B

Zeigen Sie Satz 2.3 der Vorlesung:

Ein Knoten v ist Nachfolger eines Knotens u im DFS-Wald genau dann, wenn gilt: Zu dem Zeitpunkt, zu dem u grau gefärbt wird, ist v von u aus auf einem Weg erreichbar, der nur aus weißen Knoten besteht.

Aufgabe C

Ein gerichteter Graph $D = (V, A)$ sei durch seine Adjazenzmatrix gegeben. Zeigen Sie, dass in der Zeit $O(V)$ festgestellt werden kann, ob D eine Senke enthält oder nicht. Eine Senke ist ein Knoten mit Eingangsgrad $|V| - 1$ und Ausgangsgrad 0.

Aufgabe D

Geben Sie einen Algorithmus an, der in Laufzeit $O(V)$ feststellt, ob ein ungerichteter Graph einen Kreis enthält oder nicht.