Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Hanna Seitz
Institut für Informatik
Universität Heidelberg

Algorithmen & Datenstrukturen

6. Übungsblatt SS 07
Abgabetermin: 06.06.2007

Aufgabe 19

Seien `X[1..n]` und `Y[1..n]` zwei Arrays mit jeweils n Elementen, die schon sortiert sind. Geben Sie einen (möglichst effizienten) Algorithmus an, der den Median der in X und Y enthaltenen $2n$ Elemente bestimmt.

Aufgabe 20

Gegeben sei das Feld A mit folgender Schlüsselbelegung:

`1 2 4 8 16 32 64 128 256`

Man beschreibe die Suche nach dem Schlüssel `34` durch die Angabe der Folge der ausgeführten Schlüsselvergleiche, wenn als Suchstrategie exponentielle Suche zur Eingrenzung des Suchbereichs mit anschließender

a) linearer Suche

b) binärer Suche

c) Interpolationssuche

angewendet wird.

Aufgabe 21

Untersuchen Sie, ob die Berechnung des Medians ebenfalls in linearer Zeit möglich ist, wenn die Daten in Teilmengen von 3 Elementen partitioniert werden anstatt in Teilmengen von 5 Elementen. Zu welchem Ergebnis kommen Sie, wenn Sie in Teilmengen mit 7 Elementen partitionieren?

Aufgabe 22

Für n verschiedene Elemente $x_1, x_2, \ldots, x_n$ mit positiven Gewichten $w_1, w_2, \ldots, w_n$, so dass $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$, ist der **gewichtete Median** dasjenige Element x_k, welches

$$\frac{1}{2} \geq \sum_{x_i < x_k} w_i \geq \sum_{x_i > x_k} w_i$$

erfüllt.

a) Begründen Sie, warum der Median von $x_1, x_2, \ldots, x_n$ der gewichtete Median der x_i mit Gewichten $w_i = \frac{1}{n}$, $i = 1, \ldots, n$, ist.

b) Zeigen Sie, wie sich der gewichtete Median von n Elementen in $O(n \log n)$ Worst-Case Laufzeit mit Hilfe eines Sortierverfahrens bestimmen läßt.

c) Zeigen Sie, wie sich der gewichtete Median in $\Theta(n)$ Worst-Case Laufzeit bestimmen läßt, indem der in der Vorlesung behandelte Algorithmus `Select(B,k)` zur Bestimmung des Medians benutzt wird.